

Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»
В.Н. Деснянский
«28 ноябрь» 2022 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2022-2023 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-10 классы

Вариант 1

Задание 1.

В одной школе обучалось вдвое больше девочек, чем мальчиков. Директор школы ввёл обычай: ежедневно поутру каждый мальчик должен был делать поклон директору, каждому из своих товарищей-мальчиков и каждой девочке. Каждая девочка также должна была делать поклон директору, каждой своей подруге и каждому мальчику. Этот церемонный обычай строго соблюдался и поэтому ежедневно утром можно было насчитать 900 поклонов. Сколько в школе было мальчиков и сколько было девочек?

Задание 2.

Разложите на множители:

$$(b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3$$

Задание 3.

Найдите минимальное значение функции $\varphi(x) = 2x + \frac{18\pi^2}{x} + \cos x$ на интервале $(0; 10)$.

Задание 4.

Сравните два числа: $\sqrt{10 + \sqrt{24}} + \sqrt{40} + \sqrt{60}$ и 5,3. Ответ обосновать.

Задание 5.

Решите в целых числах уравнение:

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2.$$

Задание 6.

Решите неравенство:

$$\frac{|x - 1| - |x|}{|2x - 3| - |x + 1|} \leq 0$$

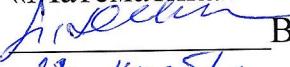
Задание 7.

Решите уравнение:

$$\sin^3 x - \sin x \cos 2x - 2 \sin x - 6 \sin^3 x \cos x + \frac{3}{2} \sin 4x + 6 \sin 2x = 0.$$

Задание 8.

В равностороннем (неправильном) пятиугольнике ABCDE угол ABC вдвое больше угла DBE. Найти величину угла ABC.

Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»

В.Н. Деснянский
«18» ноябрь 2022 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2022-2023 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-10 классы

Вариант 2

Задание 1.

Имеем девять цифр, расположенных по порядку: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Как из этих цифр, не меняя их порядок, и пользуясь знаками «+» и «-» всего три раза получить число 100?

Задание 2.

Разложите на множители:

$$x^5 + x + 1.$$

Задание 3.

Какой знак имеет число $\cos \sqrt{3}$? Ответ обосновать.

Задание 4.

Сравните два числа: $\sqrt{15 + \sqrt{60}} + \sqrt{84} + \sqrt{140}$ и 6,5. Ответ обосновать.

Задание 5.

Решите в натуральных числах уравнение:

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = y^3.$$

Задание 6.

Решите неравенство:

$$x^2 - 2x + 3 < \sqrt{4 - x^2}.$$

Задание 7.

Решите уравнение:

$$\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 2(\sin 4x - \sin 2x).$$

Задание 8.

Отрезок ВЕ разбивает треугольник АВС на два подобных треугольника АВЕ и ВЕС, причем коэффициент подобия равен $\sqrt{3}$. Найти углы треугольника АВС.